

EMAT

• matemàtiques per a la vida •



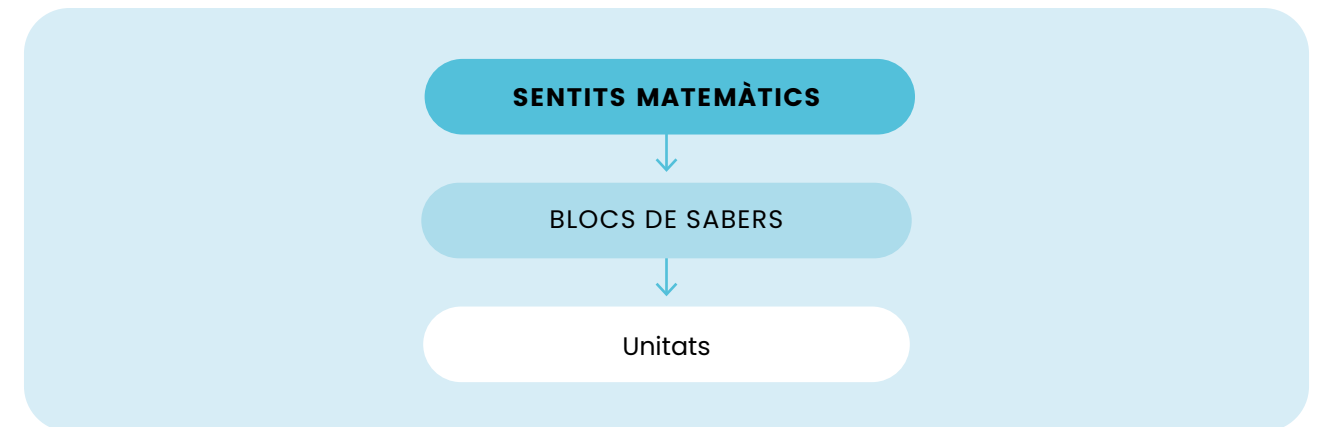
Llibre d'activitats

Mostra

1r ESO

El llibre d'activitats

Aquest llibre forma part del programa EMAT. Aquí descobriràs la màgia de les matemàtiques i com poden ser d'útils en el teu dia a dia. Està organitzat de la següent manera:



Què aprendràs a cada sentit matemàtic?

SENTIT DE LA MESURA

Aprendràs a fer servir diverses unitats de mesura per quantificar longituds, àrees, volums, pesos i temps, a més de fer estimacions, comparacions i conversions útils per al teu dia a dia.

SENTIT ALGEBRAIC

Aprendràs a treballar amb expressions algebraiques, resoldre equacions, entendre funcions i pensar de manera lògica per afrontar reptes matemàtics.

Recorda: el teu professor o la teva professora és qui decidirà la seqüència d'aprenentatge tenint en compte els objectius i les teves necessitats.



$$\pi = 3,14159\dots$$

SENTIT NUMÈRIC

Aprendràs a fer servir diversos tipus de nombres, reconèixer les seves propietats i utilitzar eines matemàtiques pràctiques per resoldre problemes de la vida quotidiana.

SENTIT ESPACIAL

Aprendràs a imaginar i representar formes, comprendre relacions entre objectes, pensar en tres dimensions i resoldre problemes espacials.

SENTIT ESTOCÀSTIC

Aprendràs a analitzar situacions incertes, interpretar dades, prendre decisions informades basades en la probabilitat i entendre l'atzar i els seus riscos per afrontar situacions aleatòries amb confiança.

$$x^2 + y^2 = 1$$

Les activitats

A EMAT, les matemàtiques s'aprenen explorant i practicant per mitjà de jocs, demostracions, treball en equip, resolució de reptes i reflexió sobre la pràctica. En definitiva, s'aprèn a través d'**activitats competencials** que segueixen una seqüència dissenyada per potenciar l'aprenentatge:

APRÈN PENSANT

Començaràs la unitat amb rutines i estratègies de pensament que t'ajudaran a explorar idees, justificar els teus raonaments i arribar a conclusions des de diversos enfocaments.

PRACTICA JUGANT

Practicaràs el que has après als exercicis per mitjà de jocs que t'ajudaran a desenvolupar processos matemàtics. Aquests jocs et permetran entendre els conceptes de manera concreta a través d'explicacions visuals.

ORGANITZA ELS TEUS CONEIXEMENTS

Per acabar, organitzaràs els teus coneixements fent servir mapes mentals, mapes conceptuals i infografies per comprendre més bé el que has après.

EXERCICIS

Desenvoluparàs els teus coneixements i les teves habilitats a través d'exercicis que t'ajudaran a guanyar fluïdesa matemàtica.

PRACTICA PISA

Resoldràs activitats que plantegen problemes inspirats en situacions de la vida real, com els que apareixen a les proves PISA.

ACCEPTES EL REPTE?

Quan acabis cada bloc, aplicaràs el que has après resolent problemes reals de manera cooperativa en diverses situacions d'aprenentatge.

A més, trobaràs propostes d'aprenentatge complementàries fora del llibre:

PRACTICA A LA PLATAFORMA

Continua practicant amb activitats i exercicis multinivell autocorregibles que ofereixen retroalimentació immediata.

AVALUA EL QUE HAS APRÈS

Posa a prova els teus coneixements i identifica les teves forteses i àrees de millora amb l'instrument d'autoavaluació A practicar!

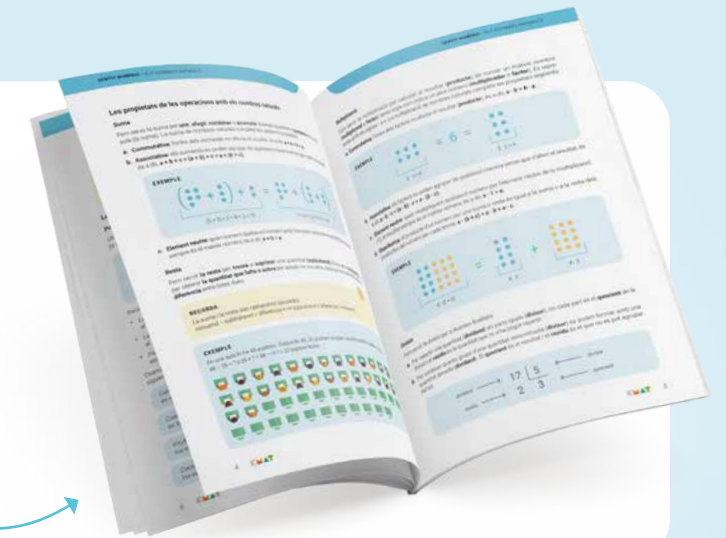
Altres materials

El programa EMAT inclou materials de suport addicionals que complementen el llibre d'activitats:

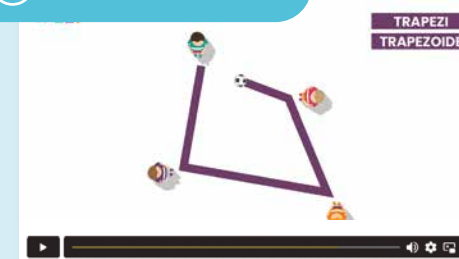


LLIBRE DE CONSULTA

El llibre de consulta presenta els continguts clau necessaris per abordar les diverses propostes del llibre d'activitats. Els conceptes i els procediments s'expliquen de manera clara i estructurada, amb activitats resoltes que en faciliten la comprensió.



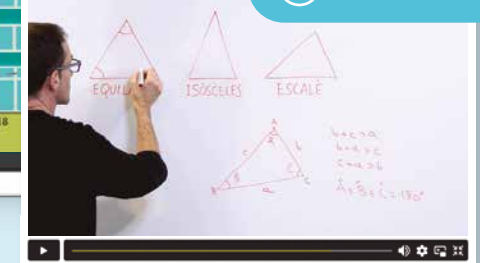
Conceptes clau



GeoGebra



Classes virtuals



RECURSOS DIGITALS

A tekmandigital.com hi trobaràs:

- **Pissarra digital**
Entorn digital manipulatiu.
- **Avaluació**
Rúbriques per avaluar la resolució de problemes i l'aprenentatge cooperatiu.
- **Materials**
Material descarregable per a jocs i demostracions.
- **Vídeos**
Vídeos de conceptes clau i classes virtuals per aprofundir en els conceptes que es treballen a classe.
- **Interactius**
Simulacions interactives i demostracions matemàtiques amb GeoGebra.
- **Exercicis autocorregibles**
Exercicis i problemes multinivell autocorregibles (oxigen, camp base i repte) amb retroalimentació immediata.
I, a més, informació útil per compartir amb la família.

Taula de continguts

UNITATS	SITUACIONS D'APRENENTATGE
SENTIT NUMÈRIC	Els nombres naturals, les operacions i les seves propietats. Relació de divisibilitat6 - Els nombres naturals - Els múltiples i els divisors - Els nombres primers - El mínim comú múltiple i el màxim comú divisor De fresca a fètida: un problema lacti ODS 3: Salut i benestar 
	Els nombres enters, les fraccions i els nombres decimals. Les operacions i les seves propietats40 - Els nombres enters - Les fraccions - Les operacions amb fraccions - Els nombres decimals - Les operacions combinades Reaccions en cadena ODS 7: Energia assequible i no contaminant 
	Raonament proporcional82 - La raó i la proporció - Els percentatges Proporcionalment bell ODS 4: Educació de qualitat 
SENTIT ALGEBRAIC	Introducció a l'àlgebra100 - Introducció al llenguatge algebraic - Introducció a les equacions de primer grau El poder de l'electricitat ODS 9: Indústria, innovació i infraestructura 
	Relacions i funcions118 - Les coordenades cartesianes i introducció a les funcions - Les funcions A reciclar! ODS 14: Vida submarina 

SENTIT ESPACIAL

Visualització, raonament i modelització geomètrica

136

- Introducció a la geometria i a les escales
- La perpendicularitat, el paral·lelisme i els angles
- La mediatriu i la bisectriu

El joc de les claus amagades

ODS 17: Aliances per assolir els objectius



Figures geomètriques de dues dimensions

162

- La classificació dels triangles i dels quadrilàters
- Els polígons regulars i irregulars

Monument als sentits

ODS 9: Indústria, innovació i infraestructura.



SENTIT DE LA MESURA

Mesurament: longituds i àrees de figures geomètriques de dues dimensions

182

- L'àrea i el perímetre de les figures planes
- La circumferència

Dissecció de figures planes

ODS 4: Educació de qualitat



SENTIT ESTOCÀSTIC

Organització i anàlisi de dades

196

- La recollida i l'organització de dades
- La freqüència absoluta i relativa i la representació de diagrames

Ets un linx

ODS 15: Vida d'ecosistemes terrestres



Incertesa i inferència

214

- La regla de Laplace

Tracte fet!

ODS 4: Educació de qualitat





SENTIT NUMÈRIC

Nombres, operacions i propietats.
Relació de divisibilitat.

Els nombres naturals



Els múltiples i els divisors



Els nombres primers



El m. c. d. i el m. c. m.

Aprendràs a...

- Reconèixer els sistemes de numeració decimal i romà.
- Fer servir els nombres naturals per expressar quantitats en contextos de la vida quotidiana.
- Reconèixer i aplicar les operacions amb nombres naturals i les seves propietats en situacions contextualitzades.
- Fer operacions i problemes senzills amb potències i comprendre'n el significat i les propietats.
- Reconèixer la relació entre els quadrats perfectes i les arrels quadrades exactes.
- Interpretar els efectes de les operacions aritmètiques amb nombres naturals i comprendre la jerarquia entre cadascuna.
- Fer servir factors primers, múltiples i divisors per resoldre problemes.
- Fer servir els criteris de divisibilitat per resoldre problemes senzills i descompondre un número en els seus factors primers.
- Reconèixer el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor: concepte i càlcul a partir de la descomposició factorial per resoldre problemes.

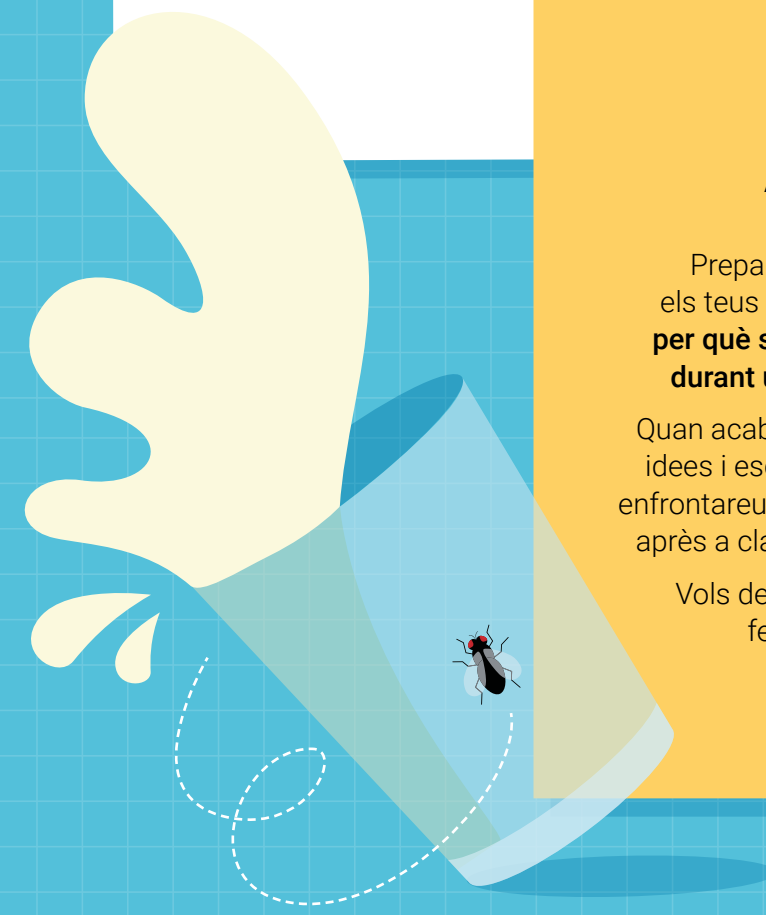


De fresca a fètida: un problema lacti Acceptes el repte?

Prepara't per a un repte que posarà a prova els teus coneixements matemàtics. **Descobreix per què si deixes un got de llet fora de la nevera durant unes hores, la llet es torna agra... Ecs!**

Quan acabis aquestes unitats, comparteix les teves idees i escolta les dels teus companys. Plegats us enfrontareu a situacions diverses, aplicareu el que heu après a classe i arribareu a la solució final del repte.

Vols descobrir la raó que hi ha darrere aquest fenomen i demostrar el que saps?



Els nombres naturals



De jeroglífics a rellotges! La història dels números

Saps que les antigues civilitzacions van desenvolupar no només l'escriptura, sinó també sistemes de numeració? Aquests sistemes van ser fonamentals per al comerç, l'arquitectura, l'astronomia i l'administració.

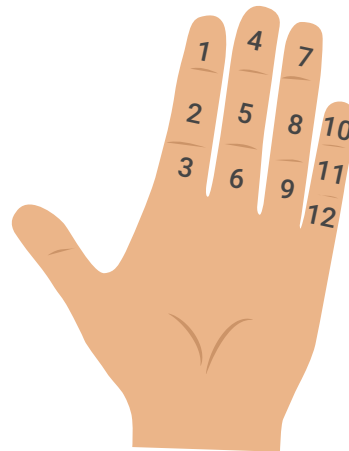
Els humans han desenvolupat maneres enginyoses de treballar amb els números. Des dels símbols egipcis fins al nostre sistema de numeració decimal, cada mètode té la seva història i la seva utilitat. Un dels més coneguts és el romà, que encara fem servir per als segles o als rellotges.



Comptant fins a dotze amb les mans

La majoria de nosaltres hem après a comptar amb els dits de les mans. Amb els dits podem comptar fins a deu, assignant a cada dit un número de l'1 al 10. Però hi ha altres maneres de comptar amb les mans.

Fent servir el polze, podem comptar les dotze falanges dels quatre dits restants de la mà i, en comptes de comptar per desenes, podem comptar per dotzenes. Amb l'altra mà, comptem les dotzenes que es van completant amb la primera.



Fins a quin número podem comptar fent servir les dues mans?

COMPARA-CONTRASTA

En aquesta activitat, fem servir l'estratègia de pensament **Compara-Contrasta** per entendre conceptes matemàtics a partir de situacions quotidianes. Els passos són els següents:

- 1. Compara:** Identificar les similituds entre dos conceptes, situacions o elements.
- 2. Contrasta:** Trobar les diferències que hi ha entre ells.

Aquesta estratègia permet observar amb més detall i comprendre més bé les relacions i diferències entre els conceptes matemàtics.

Fixa't en els números següents:

Sistema de numeració decimal

1245

Sistema de numeració romà

MCCXLV

En grups de quatre, dueu a terme els passos següents:

- 1.** De manera individual, observa els números i anota les semblances i les diferències entre el sistema de numeració romà i el sistema de numeració decimal (pel que fa a símbols, a sistema posicional, a sistema additiu, a ús del 0, a regles, a operacions, etc.). Reflexiona sobre els elements característics de tots dos sistemes.
- 2.** Comparteix les teves reflexions amb un company o companya.
- 3.** Finalment, en grups de quatre, consensueu les vostres respostes recollint els patrons de semblances i diferències més significatius, i també una conclusió o interpretació.

Sistema de numeració romà

- 1.** Expressa les quantitats en negreta amb el sistema de numeració més adequat.
 - a. Benvinguts a la **vint-i-unena** entrega d'aquests premis.
 - b. Espanya compta amb una població de **quaranta-set milions tres-centes vint-i-nou mil nou-centes vuitanta-una** persones.
 - c. Al centre hi ha **mil vuit-cents vint-i-cinc** alumnes.
 - d. A la festa hi van assistir **CXLVI** persones.
 - e. Som al segle **21**.
 - f. El Papa Joan Pau **2n** va néixer a Polònia.
- 2.** Cadascuna de les frases següents conté un número en numeració decimal o en numeració romana. Observa l'exemple i reescriu la frase si cal.
 - a. Som al segle 21. **Som al segle XXI.**
 - b. He quedat la II a la carrera benèfica organitzada per l'Ajuntament.
 - c. Neil Armstrong tenia 38 anys quan va trepitjar la Lluna.
 - d. A la inauguració de l'exposició hi van assistir CCXXXIV persones.
 - e. Aquest any se celebra la XXVII Fira de l'Avellana.
 - f. El rei Felip 3r va néixer a Madrid.



3. Resol.

- a. Com s'escriuen els números 10, 50 i 1000 en numeració romana?
- b. Escriu els nombres naturals següents en números romans:
- 24 75 4311 459 1160 840
- c. Escriu els números romans següents en nombres naturals:
- CCX CXXVI XXIX MDCLII XCV MMCCCLXV
- d. Calcula:
- LXXXV + XIV CLXIII – LXXIV XIII · XXV CLXIV : IV

4. Al Museu d'Història s'hi organitzen exhibicions de monedes antigues. Cada moneda està marcada amb l'any en què va ser encunyada. Al curador del museu li cal organitzar les monedes en ordre cronològic, des de la més antiga fins a la més recent. Quin hauria de ser l'ordre correcte per col·locar-les?



Sistema de numeració decimal

5. Observa l'exemple i completa la taula.

Número	UMM	CM	DM	M	C	D	U
10 417	0	0	1	0	4	1	7
324 056	.	.	.	.	.	.	.
4 005 237	.	.	.	.	.	.	.
2317	.	.	.	.	.	.	.
36 412	.	.	.	.	.	.	.
2 453 503	.	.	.	.	.	.	.
103 642	.	.	.	.	.	.	.
5 124 301	.	.	.	.	.	.	.

6. Descompon els nombres naturals de l'exercici anterior en la suma d'ordres d'unitat amb lletres i xifres.

Exemple: 18 = 1 desena + 8 unitats = 10 + 8.

7. Escriu el valor del dígit 5 a cadascun d'aquests números tenint en compte la posició que ocupa.

5 238	257 640	9 403 518	1 752 490	45 609 871
-------	---------	-----------	-----------	------------

8. L'Ajuntament d'una ciutat està preparant el pressupost anual per a diferents serveis públics. El pressupost total assignat per a aquest any és de 9 475 320 € i es distribueix en diverses categories. Observa la taula i resol.

Àrea	Pressupost
Educació	5 M€
Salut pública	3 M€
Infraestructura	1 M€
Seguretat pública	400 000 €
Projectes comunitaris	50 000 €
Activitats culturals	20 000 €
Fons d'emergència	?

- a. Descompon el pressupost total segons el valor posicional.
- b. Suma les assignacions destinades a cada categoria i comprova si coincideixen amb el pressupost total.

Els nombres naturals

9. Ordena els números següents de més petit a més gran.

1017	324 056	4 005 237	2317	36 412
------	---------	-----------	------	--------

10. Relaciona cada nombre natural de la primera columna amb la frase corresponent de la segona columna.

- | | |
|-------------|---|
| 206 • | • Batecs de mitjana del cor humà per minut. |
| 2 000 000 • | • Altura de l'Everest en metres. |
| 4 • | • Quantitat d'espècies d'organismes vius que es coneixen. |
| 300 000 • | • Nombre d'ossos del cos humà adult. |
| 8 • | • Posició de la lletra D a l'abecedari. |
| 72 • | • Nombre de planetes del sistema solar. |
| 8848 • | • Velocitat de la llum aproximada en km/s. |

11. Les escoles d'un poble van participar en un concurs de reciclatge que consistia a recol·lectar ampolles de plàstic. Els resultats van ser impressionants! Observa la taula i ordena les escoles de més gran a més petita segons la quantitat d'ampolles recol·lectades.

Escola	A	B	C	D	E
Unitats d'ampolles	1 237 846	982 305	1 102 456	928 305	768 902

Les propietats de les operacions amb els nombres naturals

12. Calcula cada parella d'operacions i comprova si obtens el mateix resultat.

$(14 + 21) + 10$
 $14 + (21 + 10)$

$4 \cdot 10 \cdot 5$
 $(4 \cdot 10) \cdot 5$

$6 \cdot (9 + 5)$
 $6 \cdot 9 + 6 \cdot 5$

$125 + 6$
 $6 + 125$

$17 + 13 + 8$
 $17 + (13 + 8)$

$22 + 0$
 $0 + 22$

$8 \cdot 4 + 8 \cdot 3$
 $8 \cdot (4 + 3)$

$7 \cdot 11$
 $11 \cdot 7$

13. Escribe les propietats de les operacions amb els nombres naturals que has observat a l'exercici anterior.

14. Completa les operacions trobant el número que falta perquè siguin correctes.

- a. $75\,684 + \square = 135\,766$

c. $\square - 47\,320 = 65\,105$

e. $1234 \cdot \square = 49\,360$
- b. $\square \div 25 = 1204$

d. $152\,473 - \square = 89\,112$

f. $\square \cdot 12 = 64\,680$

15. Respon les preguntes següents:

- a. En una divisió exacta, el dividend és 52 i el divisor és 2. Quin número és el quocient?

b. En una divisió exacta, el divisor és 5 i el quocient és 82. Quin número és el dividend?

c. El residu d'una divisió és 4, el quocient és 4 i el divisor és 6. Quin número és el dividend?

d. En una divisió exacta, el divisor és 7 i el quocient és 70. Quin número és el dividend?

e. El residu d'una divisió és 2, el quocient és 24 i el dividend és 7. Quin número és el divisor?

f. El dividend d'una divisió és 124, el divisor és 3 i el quocient és 41. Quin número és el residu?

g. El residu d'una divisió és 3, el quocient és 15 i el divisor és 8. Quin número és el dividend?

16. Un bibliotecari vol organitzar en prestatges els 170 llibres nous que ha rebut. Els prestatges petits poden contenir vuit llibres cadascun, els mitjans, dotze, i els grans, setze. El seu objectiu és col·locar la màxima quantitat possible de llibres en prestatges grans i, si en sobren, fer servir prestatges mitjans o petits. Quants prestatges de cada mida li cal per organitzar els llibres? Com els pot distribuir?



NO MÉS DE 31

A aquest joc hi podeu jugar dos o més jugadors.
A cada torn, tireu quatre daus. Amb els valors obtinguts, heu de fer diverses operacions (suma, resta, multiplicació o divisió) per acostar-vos al màxim possible a 31 sense passar-vos. Cada número només es pot fer servir una vegada sempre que no es repeteixi.



SOPA DE NÚMEROS

Competeix contra el teu company. Per torns, busqueu operacions aritmètiques i les solucions a la sopa de lletres, tant en horitzontal com en vertical. Fixeu-vos en l'exemple i... que guanyi el millor! No us perdeu en la sopa!

3	0	3	5	1	7	7	4	9	2
3	2	7	9	4	5	6	2	8	9
5	5	6	1	8	6	3	1	6	1
7	1	1	8	1	6	3	9	2	8
5	8	3	8	9	3	3	7	4	0
8	7	1	5	9	6	9	2	3	7

Exemple: $86 : 2 = 43$

Vols passar a l'acció amb els nombres naturals? Escaneja el QR!



Les potències i les arrels: operacions i propietats

17. Com es llegeixen les potències següents? Escribe-les amb lletres.

- a. 5^3

b. 4^2

c. 8^6

d. 10^2

e. 9^3

f. 15^7

18. Expressa els resultats com una única potència.

- a. $5^3 \cdot 5^2$

c. $7^8 : 7^4$

e. $(9^0)^8$

g. $10^5 : 10^4$

i. $6^7 : 6^0$

k. $4^0 \cdot 4^3$
- b. $2^7 \cdot 2$

d. $(8^3)^2$

f. $8^8 : 8^3$

h. $(4^3)^2 : 4^4$

j. $5^6 \cdot 5^2 : 5^3$

l. $(2^4)^3$

19. Calcula el resultat d'aquestes arrels.

- a. $\sqrt{9}$

c. $\sqrt{64}$

e. $\sqrt{100}$

g. $\sqrt{16}$

i. $\sqrt{4}$

k. $\sqrt{225}$
- b. $\sqrt{25}$

d. $\sqrt{169}$

f. $\sqrt{144}$

h. $\sqrt{1}$

j. $\sqrt{36}$

l. $\sqrt{196}$

20. Indica els números que no són quadrats perfectes.

121 12 164 1 400

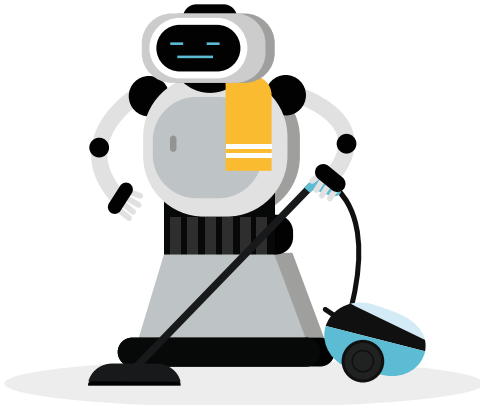
21. Calcula l'arrel quadrada entera i el residu dels números següents.

a. $\sqrt{13}$ b. $\sqrt{42}$ c. $\sqrt{80}$ d. $\sqrt{152}$ e. $\sqrt{39}$ f. $\sqrt{238}$

22. En una competició de robots, cada equip té un robot que ha de ser col·locat en una quadrícula de 8 metres de costat per dur a terme les proves. A cada metre quadrat de la quadrícula s'hi poden col·locar, com a màxim, tres robots. Resol.

a. Quants metres quadrats té la quadrícula en total? Expressa el resultat en forma de potència.

b. Quants robots poden cabre, com a màxim, en tota la quadrícula? Expressa el resultat en forma de potència.



23. Una persona vol instal·lar panells solars al sostre d'un edifici de tres plantes. Cada planta té tres apartaments i a cada apartament li calen tres panells solars. Cada panell té una potència de 250 W. Resol.

a. Quants panells solars cal instal·lar en total? Expressa el resultat en forma de potència.

b. Quina serà l'energia total generada en watts (W)?

Les operacions combinades

24. Calcula.

a. $3 \cdot (2 + 4)$ c. $10 \cdot (8 - 3)$ e. $12 : 3 + 5$ g. $4 + 12 \cdot 3$ i. $5 \cdot 12 : 10$

b. $10 : (5 - 2)$ d. $24 : 6 : 4$ f. $(9 - 3) \cdot 3$ h. $48 - 6 : 2$ j. $72 : (6 + 3)$

25. Calcula.

a. $10 \cdot (3^3 + 3)$ d. $14 + 2 + \sqrt{16}$ g. $\sqrt{49} - (3 + 2)$ j. $10^2 : (3^2 + 1)$

b. $2 \cdot (7 + 2^3)$ e. $10 \cdot (3^3 + 3)$ h. $3 + 7 \cdot 4 - 2$ k. $56 : 8 + 3 \cdot 4$

c. $(64 : 8)^3$ f. $100 : (\sqrt{64} + 2)$ i. $5^2 + \sqrt{64} \cdot 3 - 10$ l. $(2^3 \cdot 3) : \sqrt{9}$

26. L'Anna està organitzant tallers de pintura i li cal comprar tres pinzells, cinc pintures i sis quaderns. Resol el problema tenint en compte els preus de cada material.

Material (una unitat)	Pinzell	Pintura	Quadern
Preu	7 €	4 €	6 €

a. Expressa mitjançant una operació combinada el que es gastarà l'Anna en total.

b. Quant es gastarà l'Anna en total?

Practica més a [Els nombres naturals](#) > Exercicis.



PRÀCTICA PISA: TORNEIG DE VIDEOJOCs

Un grup d'amics està organitzant un torneig de videojocs i ha decidit llogar unes quantes consoles perquè tothom pugui jugar alhora. Per participar-hi, cada jugador ha de pagar una quota de 15 €. A continuació, han de considerar els aspectes següents:

Recaptació i despeses:

- La quota de participació és de 15 € per cada jugador.
- A més del lloguer de les consoles, els organitzadors planegen gastar-se 200 € en premis i 150 € en menjar.

Nombre de jugadors i consoles:

- Hi ha un total de 64 jugadors inscrits al torneig de videojocs.
- Cada consola la poden fer servir 4 jugadors alhora.

Resol.

a. Quina és la recaptació total per les quotes dels jugadors?

b. Restant totes les despeses (lloguer de consoles, premis i menjar), quants diners els quedaran, als organitzadors?

Resol.

a. Quantes consoles els cal llogar perquè tots els jugadors i jugadores hi puguin participar a la vegada?

b. Si el cost de llogar una consola és de 20 €, quin serà el cost total de llogar les consoles que calen?

Repte final:

Com a repte addicional, els organitzadors volen incloure una pregunta de matemàtiques per als finalistes. Resol-la.

Quin és el valor de $8^2 + \sqrt{64}$?



MAPA CONCEPTUAL

A partir dels coneixements que has treballat, fes un mapa conceptual que permeti organitzar-los de manera jeràrquica. Per crear-lo, segueix aquests passos:

- Pas 1:** Fes una llista dels coneixements clau i organitza'ls en diferents nivells. Col·loca el concepte més general a la part superior i els més específics a sota. Les paraules i expressions següents poden ser útils:
- Sistemes de numeració; comptar; ordenar; operacions; propietats; jerarquia.
- Pas 2:** Traça línies, fletxes o dibuixa caixes que connectin el tema principal amb els temes específics. Assegura't que es dirigeixin de dalt a baix. Hi pots incloure paraules o descripcions curtes que expliquin les connexions i fer servir colors diferents.
- Pas 3:** Comprova que el mapa conceptual sigui coherent i clar, assegurant-te que els conceptes estan ben relacionats entre ells.

Avalua el que has après a [A practicar!](#)



El m. c. d. i el m. c. m.



Per què el número 1 no es considera primer?

Una de les raons és el **teorema fonamental de l'aritmètica**, que estableix que qualsevol nombre enter positiu es pot descompondre de manera única en una multiplicació de nombres primers.

Els nombres primers són com els blocs de construcció de tots els altres números. Per exemple, el número 30 es pot descompondre en $2 \cdot 3 \cdot 5$, i no hi ha cap altra manera de fer-ho fent servir nombres primers diferents. Però què passa llavors amb el número 1? Que no és un nombre primer! Si el consideréssim primer, podríem multiplicar-lo per qualsevol nombre primer les vegades que volguéssim, i la descomposició ja no seria única. Per exemple, si 1 fos primer, podríem escriure 35 com $7 \cdot 5$, $7 \cdot 5 \cdot 1$, $7 \cdot 5 \cdot 1^2$, i així successivament, cosa que trencaria la regla que cada número té una única descomposició en nombres primers.

El nombre primer més gran mai descobert

Després de 6 anys de diversos intents, un matemàtic aficionat de Califòrnia va descobrir el nombre primer més gran conegut fins ara. És l' $M_{136279841}$ i té més de **41 024 320 dígits decimals**.

Aquest nombre s'obté elevant el número 2 a la potència **136 279 841** i restant-li 1. El nombre primer descobert no és un primer qualsevol, pertany a un grup especial conegut com a **nombres primers de Mersenne**, i són extremadament difícils de trobar.

Coneixes els primers nombres primers de Mersenne?

Naturalment!

$$M_2 = 2^2 - 1 = 3$$

$$M_3 = 2^3 - 1 = 7$$

$$M_5 = 2^5 - 1 = 31$$

$$M_7 = 2^7 - 1 = 127$$

I és cert que el zero és múltiple de qualsevol número?

Mmm..., ho comprovo.

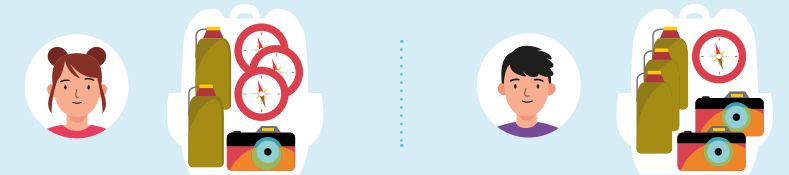
VEIG, PENSO, EM PREGUNTO

En aquesta activitat, fem servir la rutina de pensament **Veig, penso, em pregunto** per comprendre conceptes matemàtics a partir de situacions quotidianes. Els passos són els següents:

- 1. Veig:** Descriure el que observem esmentant tots els detalls possibles.
- 2. Penso:** Reflexionar sobre allò que creiem que significa el que hem observat.
- 3. Em pregunto:** Formular preguntes sobre la situació per aprofundir en el tema.

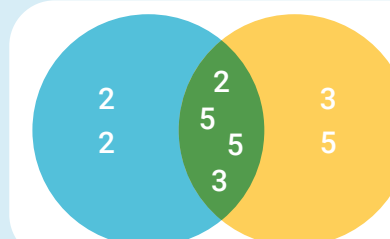
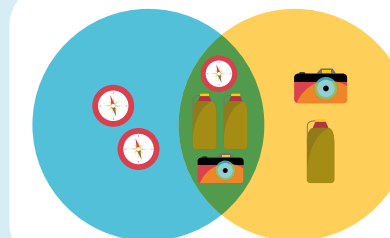
Aquesta rutina fomenta l'observació atenta, la reflexió crítica i el desenvolupament de preguntes significatives i ens ajuda a connectar les matemàtiques amb el món que ens envolta.

Observa què porten la Bea i en Max a la motxilla.



A continuació, observa els diagrames de Venn següents i com s'obtenen el m. c. d. i el m. c. m.

Diagrames



m. c. d.

$$\text{m. c. d.} (\text{Bea}, \text{Max}) =$$



$$\begin{aligned} \text{m. c. d.} (600, 2250) &= \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = \\ &= 150 \end{aligned}$$

m. c. m.

$$\text{m. c. m.} (\text{Bea}, \text{Max}) =$$



$$\begin{aligned} \text{m. c. m.} (600, 2250) &= \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = \\ &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 = 9000 \end{aligned}$$

Fes la rutina responant les preguntes següents:

1. Què veus?

- Quins colors veus a cada diagrama?
- Què representa cada color?
- Hi ha cap relació entre aquests colors i el m. c. d. i el m. c. m.?
- Quants objectes porten la Bea i en Max?

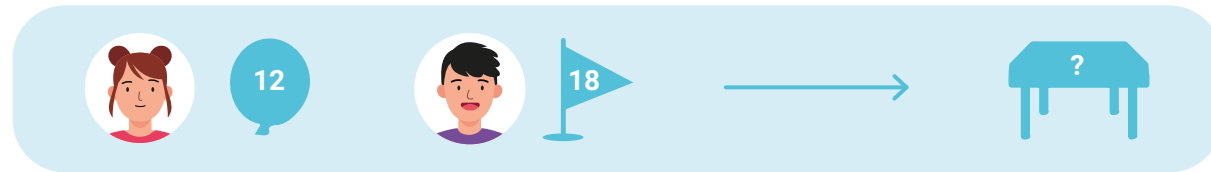
2. Què creus que vol dir?

- Quin significat tenen els diagrames?
- Què intenten representar?
- Hi ha cap relació entre els diagrames?
- Com es calcula el m. c. d. i el m. c. m. a partir d'un diagrama de Venn?

3. Què et preguntes?

Càlcul del màxim comú divisor

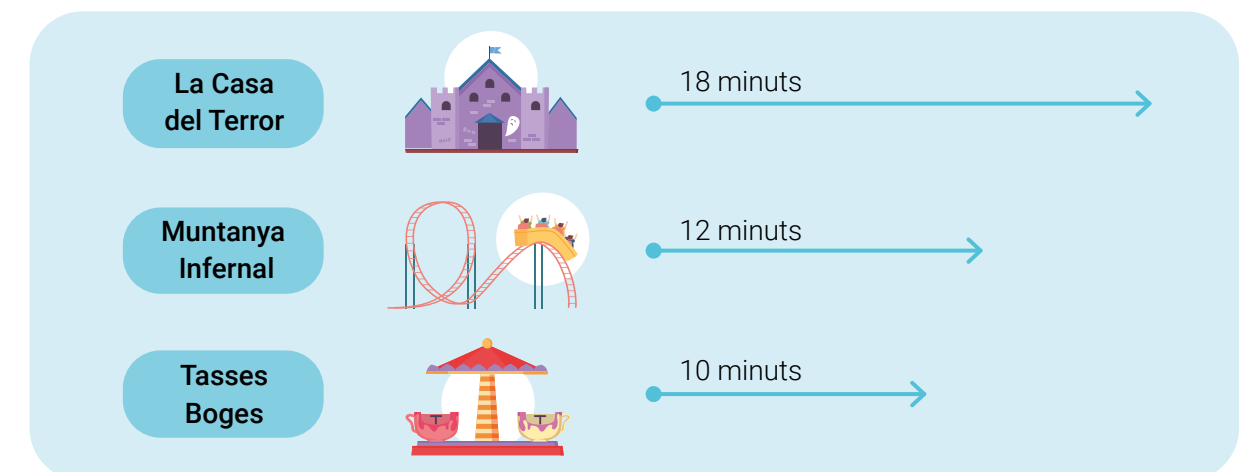
1. La Bea i en Max estan organitzant una festa d'aniversari. L'Anna té 12 globus i en Pau té 18 banderins. Volen decorar les taules de manera que totes tinguin la mateixa quantitat de globus i la mateixa quantitat de banderins, sense que en sobri cap. Quantes taules poden decorar com a màxim i quants globus i banderins hi haurà a cada taula?



2. Calcula el divisor comú més gran dels números següents a partir dels seus divisors.
- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a. m. c. d. (12, 18) | c. m. c. d. (30, 45) | e. m. c. d. (42, 56) |
| b. m. c. d. (24, 36) | d. m. c. d. (24, 36) | f. m. c. d. (4, 8) |
3. Representa el màxim comú divisor (m. c. d.) mitjançant un diagrama de Venn.
- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| a. m. c. d. (50, 75) | b. m. c. d. (18, 24) | c. m. c. d. (6, 18) |
|----------------------|----------------------|---------------------|
4. Calcula el m. c. d. dels grups de números següents a partir de la seva descomposició en factors primers.
- | | | |
|--------------------------|----------------------------|-------------------------|
| a. m. c. d. (14, 20, 90) | c. m. c. d. (5, 15, 25) | e. m. c. d. (7, 9, 11) |
| b. m. c. d. (4, 2, 10) | d. m. c. d. (94, 116, 148) | f. m. c. d. (3, 10, 21) |
5. Calcula mentalment el m. c. d. dels números següents.
- | | | |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| a. m. c. d. (3, 5) | d. m. c. d. (2, 9) | g. m. c. d. (5, 10, 20) |
| b. m. c. d. (2, 6, 12) | e. m. c. d. (2, 3, 6) | h. m. c. d. (2, 3, 9) |
| c. m. c. d. (3, 9) | f. m. c. d. (5, 10) | i. m. c. d. (3, 5, 7) |
6. La directora de l'escola vol regalar estoigs a tots els alumnes. Té 300 llapis i 200 maquinetes. Quants estoigs pot preparar com a màxim i quants llapis i quantes maquinetes hi haurà a cada estoig sense que en sobri cap?
7. Indica quins parells de números són primers entre ells. Calcula prèviament el seu m. c. d.
- | | | | |
|---------|--------|--------|---------|
| 15 i 18 | 8 i 27 | 5 i 25 | 21 i 22 |
|---------|--------|--------|---------|
8. La Noa i l'Àlex estan organitzant les seves col·leccions de monedes. La Noa té 18 monedes i l'Àlex en té 24. Tots dos volen dividir les monedes en piles iguals, de manera que cada pila tingui la mateixa quantitat de monedes i no en sobri cap. Quina és la quantitat més gran de monedes que hi pot haver a cada pila?
9. Troba els valors de a per als quals es compleix que el m. c. d. de $(a, 10) = 10$. Indica els cinc primers valors ordenats de més petit a més gran.

Càlcul del mínim comú múltiple

10. Calcula el múltiple comú més gran dels números següents a partir dels seus múltiples.
- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a. m. c. m. (14, 18) | c. m. c. m. (8, 32) | e. m. c. m. (36, 45) |
| b. m. c. m. (4, 36) | d. m. c. m. (10, 55) | f. m. c. m. (21, 49) |
11. Calcula el m. c. m. dels grups de números següents a partir de la seva descomposició en factors primers.
- | | | |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| a. m. c. m. (15, 24) | b. m. c. m. (15, 25, 35) | c. m. c. m. (14, 21, 35) |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|
12. Calcula mentalment el m. c. m. dels números següents.
- | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|
| a. m. c. m. (3, 5) | d. m. c. m. (7, 9) | g. m. c. m. (5, 15) |
| b. m. c. m. (4, 6) | e. m. c. m. (3, 9) | h. m. c. m. (3, 6) |
| c. m. c. m. (6, 4, 3) | f. m. c. m. (3, 5, 15) | i. m. c. m. (5, 6, 30) |
13. Un parc d'atraccions presenta tres novetats per a aquest any: La Casa del Terror, que dura 18 minuts; la Muntanya Infernal, que en dura 12, i les Tasses Boges, que en dura 10. Si totes han començat a funcionar a la mateixa hora, quants minuts trigaran a tornar a coincidir?



14. Troba el número més petit que sigui divisible pels números següents:
- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a. 2, 4 i 6 a la vegada. | b. 3, 5 i 9 a la vegada. | c. 4, 5 i 7 a la vegada. |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
15. Troba tots els valors que pot tenir a perquè es compleixi el següent: m. c. m. $(a, 10) = 10$. Escriu-los ordenats de més petit a més gran.
16. Per anar des d'una casa a un camp de futbol hi ha dues línies d'autobús: la línia H i la línia K. L'autobús H passa cada 3 minuts mentre que l'autobús K ho fa cada 9 minuts. Si tots dos autobusos coincideixen a les 10 del matí, a quina hora es tornaran a trobar?
17. La Paula i la Martina entrenen a una pista d'atletisme. La Paula corre en un carrer de 400 metres de longitud, mentre que la Martina corre en un de 300 metres. Si totes dues comencen a córrer alhora, des del mateix punt, i amb el mateix ritme, quina és la distància més curta que totes dues hauran recorregut per trobar-se una altra vegada al punt de partida?



18. Calcula.

- a. m. c. m. (5, 40) d. m. c. m. (50, 75) g. m. c. m. (8, 12, 16)
 b. m. c. m. (3, 6, 12) e. m. c. m. (24, 33, 60) h. m. c. m. (5, 10, 15)
 c. m. c. m. (7, 11) f. m. c. m. (4, 12, 16, 24) i. m. c. m. (3, 5, 7, 9)

19. En un parc, dues fonts d'aigua estan programades per encendre's de manera cíclica. La font A s'encén cada 18 minuts, mentre que la font B ho fa cada 24 minuts. Si totes dues fonts s'encenen al mateix temps a les 8.00 AM, a quina hora tornaran a fer-ho?



MÍNIM COMÚ MÚLTIPLE I MÀXIM COMÚ DIVISOR D'ANIMALS

Calculeu en parelles el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor de diversos números fent servir un suport visual. Per això, descarregueu i retalleu el recurs **Animals** de l'apartat de materials de la plataforma.

Abans de començar, fixeu-vos en l'exemple. Calculem el m. c. m. i el m. c. d. de 60 i 18:

1. Cada animal representa un nombre primer.

2



3



5



7



2. Descomponem en factors primers el 60 i el 18 amb l'ajuda dels animals.

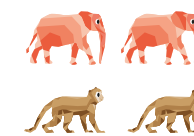
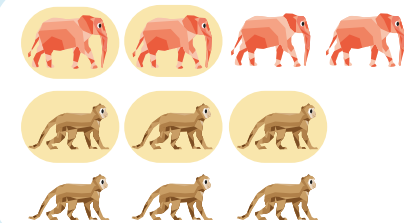
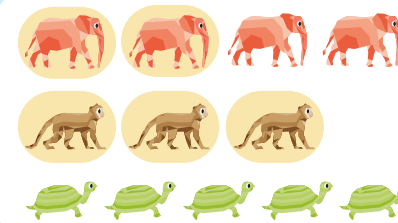
$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$



$$18 = 2 \cdot 3^2$$

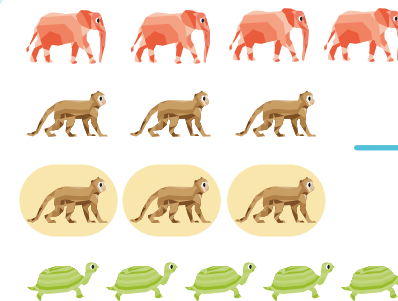


3. El m. c. d. de 60 i 18 és el màxim comú divisor de tots dos números. Per trobar-lo, seleccionem el mateix grup d'animals de 60 i 18. Podem separar un grup d'elefants (2) i un grup de micos (3). És a dir, seleccionem els grups d'animals comuns en tots dos números:



$$\text{m. c. d. } (60, 18) = 2 \cdot 3 = 6$$

4. El m. c. m. de 60 i 18 és el mínim comú múltiple dels dos números. Per trobar-lo, seleccionem els grups d'animals que falten al primer número per incloure al segon número, o a l'inrevés. Per exemple, afegim a 60 els animals que falten per incloure'n a 18:



$$\text{m. c. m. } (60, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Ara és el vostre torn. Calculeu el m. c. d. i el m. c. m. dels números següents:

- a. 84 i 63 b. 80 i 200 c. 30 i 1800 d. 70 i 28 e. 20, 175 i 42

Per acabar, responeu les preguntes següents:

- a. Què busquem quan volem trobar el màxim comú divisor?
 b. I quan volem trobar el mínim comú múltiple?
 c. És possible que el m. c. m. i el m. c. d. d'una parella de números sigui el mateix?

Vols passar a l'acció amb **el m. c. m.**?
 Escaneja el QR!



Practica més a **El m. c. d i el m. c. m.** > Exercicis.



PRÀCTICA PISA: FIRA DE LA CIÈNCIA

A la Fira de la Ciència hi ha dos tallers educatius que es duen a terme en horaris diferents i que comencen l'1 de setembre:

- El taller de robòtica es fa cada 9 dies.
- El taller de química es fa cada 12 dies.

Resol.

1. Quants dies passaran fins que tots dos tallers es tornin a fer el mateix dia? Quina serà la data exacta de la propera coincidència?
2. També es vol organitzar una activitat especial amb els estudiants que assisteixen a tots dos tallers. Si esperen repartir 54

fullets i 72 bolígrafs, quin és el màxim nombre d'estudiants que pot participar en l'activitat perquè tothom rebi la mateixa quantitat de fullets i bolígrafs?

3. Si els organitzadors decideixen que cada taller s'ha de fer el mateix nombre de vegades en el mínim temps possible abans de tornar a coincidir, quantes vegades es durà a terme cada taller?
4. A la fira també s'organitzen activitats conjuntes amb dos tallers més: matemàtiques (cada 15 dies) i biologia (cada 20 dies). Quants dies passaran fins que els quatre tallers s'ofereixin el mateix dia?



MAPA MENTAL

A partir dels coneixements que has treballat, fes un mapa mental que et permeti organitzar-los visualment. Per crear-lo, segueix aquests passos:

- **Pas 1:** Fes una llista dels coneixements clau i organitza'ls en diferents nivells. Les paraules i expressions següents et poden ser útils:
Divisor; múltiple; factorització; divisors comuns a diversos números; múltiples comuns a diversos números; m. c. m.; m. c. d.
- **Pas 2:** Escribe la paraula principal al centre de la pàgina i encercla-la amb una figura per destacar-la. Després, dibuixa línies que surtin del tema principal cap als subtemes i escriu cada subtema a la punta d'aquestes línies.
- **Pas 3:** Dibuixa més línies des de cada subtema i afegeix-hi els conceptes relacionats o idees més específiques.
- **Pas 4:** Assegura't que les idees estan ben connectades i organitzades de manera lògica i clara. També és important que les descripcions siguin concises.

Fes servir colors diferents per a les branques principals o grups d'idees. També hi pots incloure símbols, imatges o icones que representin els conceptes clau per fer el mapa més visual.



Avalua el que has après a **A practicar!**

REPTE



De fresca a fètida: un problema lacti

1
DESCOBRIM

- La Bea i en Max investiguen per què la llet es torna agra quan es deixa fora de la nevera i han descobert que el pH hi té molt a veure.
- El pH de la llet fresca està entre 6,6 i 6,8. Quan la deixem fora de la nevera, els bacteris comencen a proliferar. Aleshores, el seu pH disminueix (es torna més àcid), i s'agreix. Sense refrigerar, els bacteris es dupliquen cada 20 minuts!
- Quin agent fa que la llet es torni agra?
 - Què mesura el grau d'acidesa de la llet?
 - A quina velocitat creix de mitjana aquest agent?
 - Com es determina l'acidesa de la llet?



2
RESOLEM

La Bea i en Max van recollir mostres de llet en un got de 250 ml, una ampolla de 33 cl i un envàs de iogurt de 125 ml i les van deixar fora de la nevera. Per mesurar l'acidesa de la llet, van fer servir tires de paper indicador de pH i en van anotar els resultats en una taula.

- Quan va trigar la llet a agrir-se?
- Si en 1 ml de llet hi ha 2000 bacteris, aproximadament, quants bacteris hi haurà a cadascun dels tres recipients en acabar l'experiment?
- Quants gots d'aigua hi caben en un bric de llet? I quantes ampolles de 33 cl? I envasos de iogurt?
- Quants bacteris hi ha en un bric de llet fresca? I en un de llet agra? Són divisibles entre ells aquests números?

Feu un informe sobre la importància de la refrigeració en la conservació dels aliments.

Minuts	Got pH	Ampolla pH	logurt pH
0	6,7	6,7	6,7
40	6,6	6,7	6,7
80	6,3	6,5	6,5
120	5,8	6,1	6,3
160	5,5	5,8	6,0
200	5,2	5,5	5,7
240	4,8	5,2	5,5

3
REFLEXIONEM

Després, feu servir els instruments d'avaluació de la plataforma per avaluar tant el treball en grup com l'individual.

Totes les teves eines digitals en un sol clic

Entra amb el teu ordinador o tauleta a

www.tekmandigital.com



LLIBRES

Llibre d'activitats i llibre de consulta en format de lectura electrònica.

INTERACTIUS

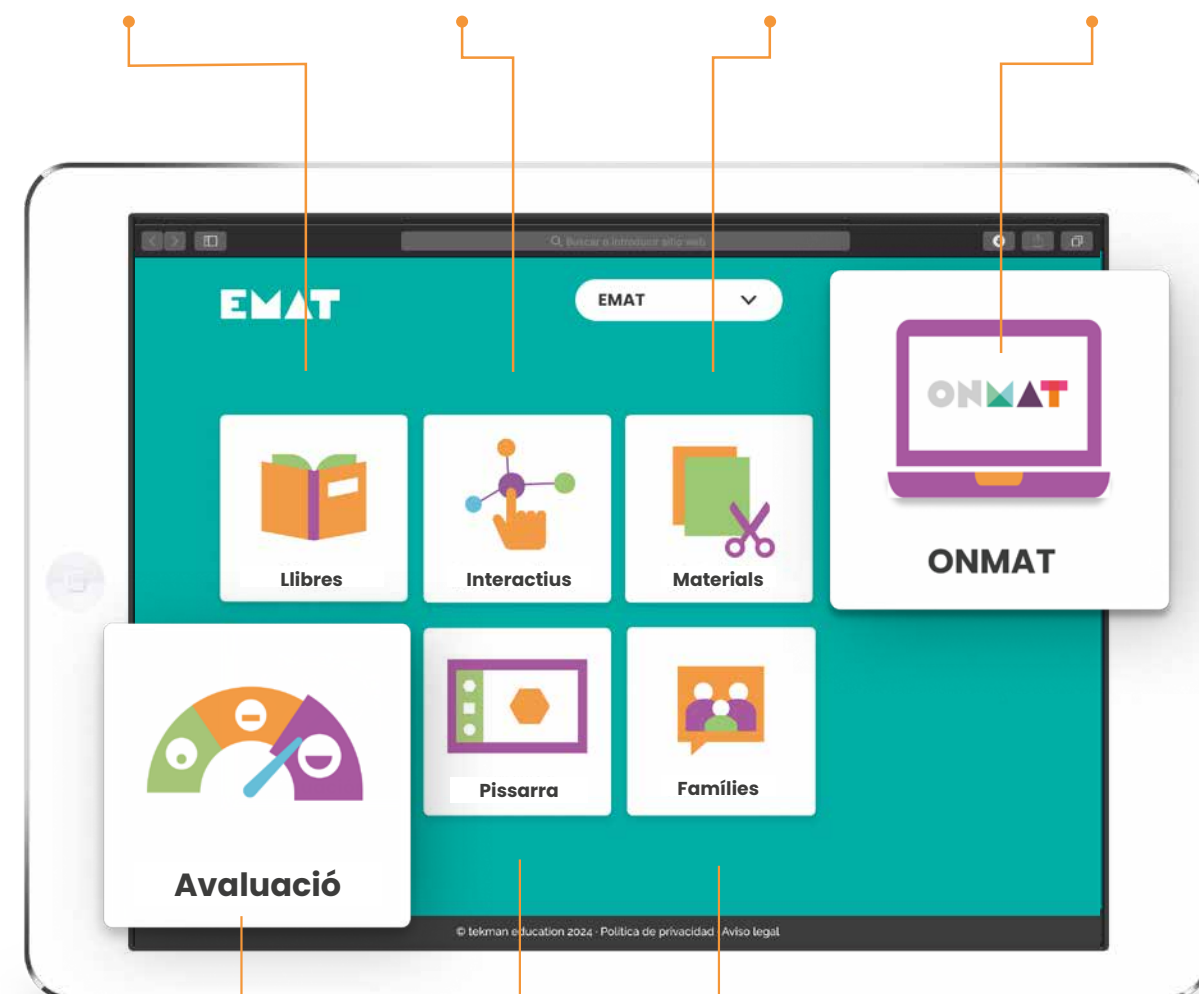
Simulacions interactives i demostracions matemàtiques amb GeoGebra.

MATERIALS

Material descarregable per a jocs i demostracions.

PLATAFORMA ONMAT

Exercicis i problemes multinivell autocorregibles amb retroalimentació immediata.



AVALUACIÓ

Rúbriques per avaluar la resolució de problemes i l'aprenentatge cooperatiu.

PISSARRA DIGITAL

Entorn digital manipulatiu.

FAMÍLIES

Informació útil per compartir amb la família.

Experimenta i gaudeix les matemàtiques

Aquest llibre et convida a explorar les matemàtiques d'una manera pràctica i emocionant. Aprèn a resoldre problemes del món real, millora el teu pensament crític i descobreix que les matemàtiques són presents en tot el que fas.

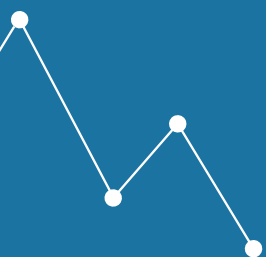
En aquestes pàgines trobaràs:

- **Activitats interactives** que posaran a prova la teva creativitat.
- **Reptes en equip** per aprendre col·laborant amb els teus companys.
- **Exercicis pràctics** per aplicar el que has après i avaluar el teu progrés.
- **Jocs i recursos** que faran l'aprenentatge més dinàmic i divertit.



MKT000249





EMAT

• matemàtiques per a la vida •



1r ESO



El teu llibre de consulta EMAT

Aquest llibre ha estat creat per ser una guia visual decisiva per dominar les matemàtiques. T'ajudarà a aprendre, reforçar i repassar els conceptes de manera ràpida i clara.

En aquestes pàgines trobaràs:

- **Conceptes clau** esquematitzats, organitzats per entendre'ls d'un cop d'ull.
- **Explicacions clares i accessibles**, acompanyades d'exemples pràctics per facilitar l'aprenentatge.
- **Eines gràfiques** dissenyades per aclarir dubtes, repassar o aprofundir en els temes més importants.



Els nombres naturals

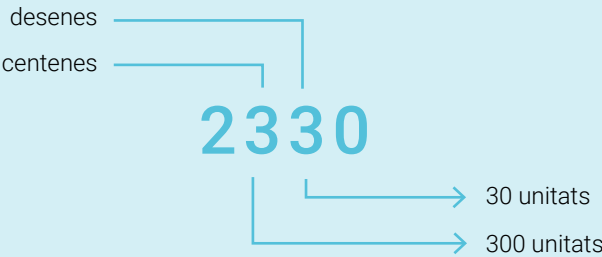
ELS SISTEMES DE NUMERACIÓ

Un **sistema de numeració** és un mètode per escriure i fer servir números basat en un conjunt específic de regles i símbols. Els sistemes de numeració es poden classificar en:

- Sistemes de numeració **posicionals**, en què el valor de cada símbol depèn de la posició que ocupa.

EXEMPLE

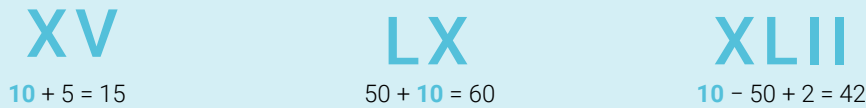
Al número 2330 del sistema de numeració decimal, el primer 3 representa 300 unitats perquè ocupa la posició de les centenes, mentre que el segon 3 representa 30 unitats perquè ocupa la posició de les desenes.



- Sistemes de numeració **no posicionals**, en què el valor de cada símbol és sempre el mateix, independentment de la posició que ocupi.

EXEMPLE

Al sistema de numeració romà, la X sempre representa 10 unitats.



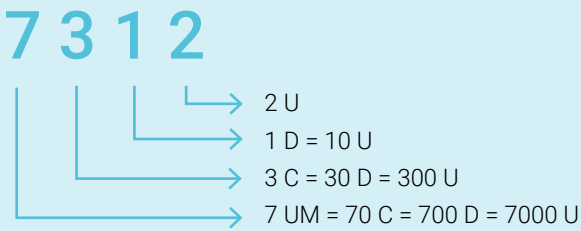
Sistema de numeració romà

- Símbols (lletres):** I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500 i M = 1000.
- Posicional:** No.
- Normes:** És un sistema additiu. El valor d'un número s'obté sumant els valors dels símbols que el componen.
 - Les lletres I, X, C i M es poden fer servir un màxim de tres vegades en cada número, mentre que V, L i D només es poden fer servir una vegada.
 - Si una lletra està situada a la dreta d'una altra de més valor, els valors se sumen.
 - Les lletres I, X i C col·locades a l'esquerra d'una de més valor, en resten el valor al d'aquesta.
 - Una barra sobre un grup de lletres multiplica el valor per 1000.

Sistema de numeració decimal

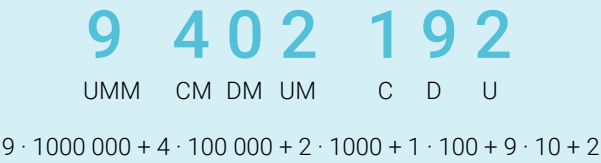
- Símbols (dígit):** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9.
- Posicional:** Sí.
- Normes:** És un sistema de numeració de base deu:
 - Deu unitats d'un ordre equivalen a una unitat de l'ordre immediatament superior.

EXEMPLE



- Les diferents posicions indiquen l'ordre de magnitud de les xifres: unitats (U), desenes (D), centenes (C), unitats de miler (UM), desenes de miler (DM), centenes de miler (CM), unitats de milió (UMM), etc.

EXEMPLE



EL CONJUNT DELS NOMBRES NATURALS

Els nombres naturals

A la nostra vida quotidiana fem servir sovint els nombres naturals, per exemple, a les matrícules dels cotxes, a les portes dels edificis o als números de telèfon.

Els **nombres naturals** són aquells que fem servir per comptar (ús cardinal). Són il·limitats i formen un conjunt conegut com a **nombres naturals**: $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

Representem els nombres naturals en una recta numèrica per ordenar-los.



Si tenim dos nombres naturals diferents, els podem comparar. Un nombre és més petit que un altre sempre que estigui a l'esquerra del segon en la recta numèrica. Per expressar en llenguatge matemàtic que un nombre és més petit que un altre, es fa servir el símbol $<$. Per indicar que un nombre és més gran que un altre, es fa servir el símbol $>$. Per exemple, $3 < 5$ es llegeix «tres és més petit que cinc» i $14 > 12$ es llegeix «catorze és més gran que dotze».

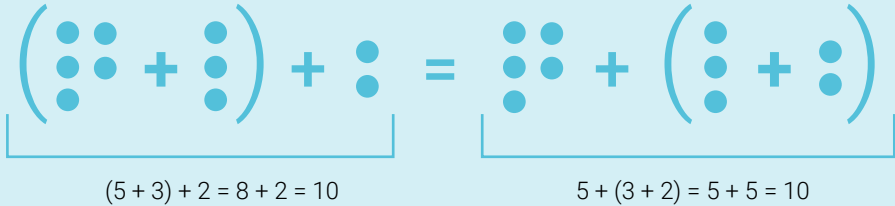
Les propietats de les operacions amb els nombres naturals

Suma

Fem servir la suma per **unir, afegir, combinar** o **acumular** diverses quantitats (**sumands**) en una de sola (la suma). La suma de nombres naturals compleix les següents propietats:

- a. **Commutativa:** l'ordre dels sumands no afecta el resultat, és a dir, $a + b = b + a$.
- b. **Associativa:** els sumands es poden agrupar de qualsevol manera sense que s'alteri el resultat, és a dir, $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$.

EXEMPLE



- c. **Element neutre:** quan sumem qualsevol número amb l'element neutre de la suma (0), el resultat sempre és el mateix número, és a dir, $a + 0 = a$.

Resta

Fem servir la resta per **treure** o **suprimir** una quantitat (**subtrahend**) d'una altra (**minuend**) o per obtenir la **quantitat que falta o sobra** per assolir-ne una altra, cosa que ens permet trobar la **diferència** entre totes dues.

RECORDA

La suma i la resta són operacions oposades:
 $\text{minuend} - \text{subtrahend} = \text{diferència} \iff \text{subtrahend} + \text{diferència} = \text{minuend}$

EXEMPLE

En una aula hi ha 48 pupitres. D'aquests 48, 26 ja estan ocupats. Quants pupitres queden lliures?
 $48 - 26 = ?$ o $26 + ? = 48 \implies ? = 22$ pupitres lliures.

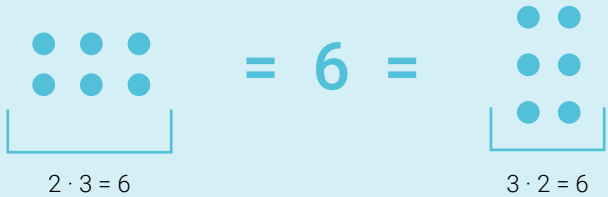


Multiplicació

Fem servir la multiplicació per calcular el resultat (**producte**) de sumar un mateix nombre (**multiplicand** o **factor**) tants cops com indica un altre número (**multiplicador** o **factor**). Es representa amb els signes $\cdot$ o $\times$. La multiplicació de nombres naturals compleix les propietats següents:

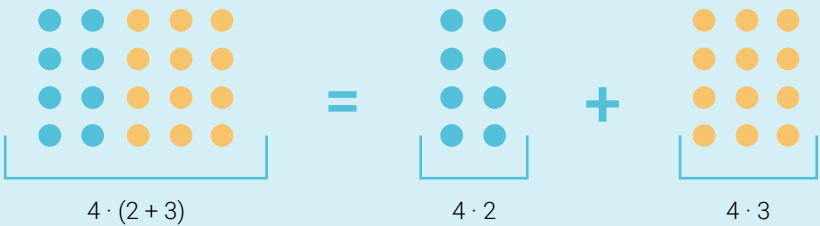
- a. **Commutativa:** l'ordre dels factors no afecta el resultat (**producte**), és a dir, $a \cdot b = b \cdot a$.

EXEMPLE



- b. **Associativa:** els factors es poden agrupar de qualsevol manera sense que s'alteri el resultat, és a dir, $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
- c. **Element neutre:** quan multipliquem qualsevol número per l'element neutre de la multiplicació (1), el resultat sempre és el mateix número, és a dir, $a \cdot 1 = a$.
- d. **Distributiva:** el producte d'un número per una suma o resta és igual a la suma o a la resta dels productes del número per cada terme, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

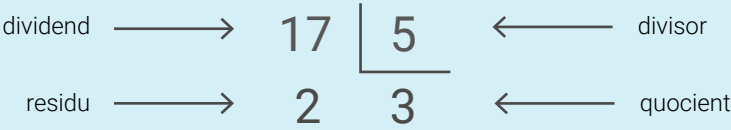
EXEMPLE



Divisió

Fem servir la divisió per a diverses finalitats:

- a. Per repartir una quantitat (**dividend**) en parts iguals (**divisor**), on cada part és el **quocient** de la divisió i el **residu** és la quantitat que no s'ha pogut repartir.
- b. Per conèixer quants grups d'una quantitat determinada (**divisor**) es poden formar amb una quantitat donada (**dividend**). El **quocient** és el resultat i el **residu** és el que no es pot agrupar del tot.





RECORDA

La multiplicació i la divisió són **operacions inverses**. Per determinar quantes vegades cap el divisor en el dividend, busquem el nombre que, multiplicat pel divisor, dona com a resultat el dividend o el nombre més proper a aquest dividend.

La divisió compleix amb la propietat següent: **dividend = divisor · quocient + residu**. Aquesta propietat es coneix com la prova de la divisió.

Les potències i les arrels: operacions i propietats

Potències

Fem servir les potències per expressar de manera abreujada la multiplicació d'un nombre natural (a = base) per ell mateix un nombre determinat de vegades (n = exponent).

exponent
base

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n \text{ vegades})}$$

Per llegir potències, s'anomena la base i s'afegeix «elevat a» seguit de l'exponent:

- Las potències amb exponent 2 s'anomenen quadrats: 3^2 es llegeix «tres elevat a dos» o «tres al quadrat».
- Les potències amb exponent 3 s'anomenen cubs: 4^3 es llegeix «quatre elevat a tres» o «quatre al cub».
- Per a potències amb exponent més gran que 3, es fa servir la nomenclatura següent: 7^5 es llegeix «set elevat a cinc» o «set elevat a la cinquena potència».

Quan operem amb potències en què la base i l'exponent són nombres naturals, es compleixen les propietats següents:

Qualsevol potència de base a i exponent 1 és igual a la base de la potència:

$$a^1 = a$$

Qualsevol potència de base a i exponent 0 és igual a 1:

$$a^0 = 1$$

Producte de potències amb la mateixa base: els exponents se sumen. Per exemple:

$$8^3 \cdot 8^2 = (8 \cdot 8 \cdot 8) \cdot (8 \cdot 8) = 8^{3+2} = 8^5$$

Quocient de potències amb la mateixa base: els exponents es resten. Per exemple:

$$8^3 : 8^2 = (8 \cdot 8 \cdot 8) / (8 \cdot 8) = 8^{3-2} = 8^1$$

Potència d'una potència: els exponents es multipliquen. Per exemple:

$$(8^3)^2 = (8 \cdot 8 \cdot 8) \cdot (8 \cdot 8 \cdot 8) = 8^{2 \cdot 3} = 8^6$$

Producte de potències de base diferent amb el mateix exponent: és igual al producte de cada factor elevat a l'exponent. Per exemple:

$$(8 \cdot 2)^2 = 8^2 \cdot 2^2$$

Quocient de potències de base diferent amb el mateix exponent: és igual al quocient de cada factor elevat a l'exponent. Per exemple:

$$(8 : 2)^2 = 8^2 : 2^2$$

Arrels quadrades

L'arrel quadrada és l'operació inversa d'elevat un número al quadrat.

Arrel quadrada

$$\sqrt{a} = b \leftrightarrow a = b^2$$

radicand

Quan un número és el resultat d'elevat-ne un altre al quadrat, es diu que és un **quadrat perfecte**, i la seva arrel quadrada es considera una **arrel exacta**. Per exemple, 49 és un quadrat perfecte, ja que la seva arrel quadrada és 7.

Per calcular l'arrel quadrada entera d'un número que no és cap quadrat perfecte, s'estima entre quins dos nombres naturals consecutius es troba la seva arrel quadrada i se selecciona el més petit dels dos. El residu de l'arrel quadrada entera és la diferència entre el radicand i el quadrat de l'arrel quadrada entera.

EXEMPLE

40 no és un quadrat perfecte. La seva arrel es troba entre dos quadrats perfectes: $6^2 = 36$ i $7^2 = 49 \rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7$. L'arrel quadrada entera de 40 és 6 i el seu residu és $40 - 6^2 = 4$.



RECORDA

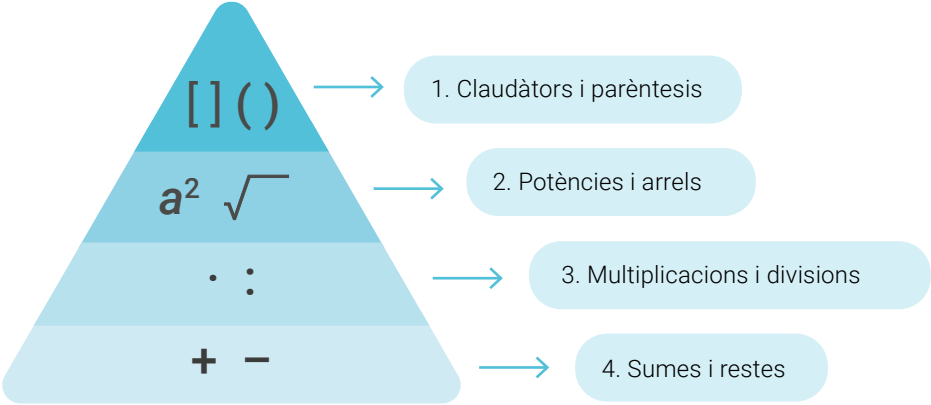
L'arrel quadrada i la potència d'exponent 2 són operacions inverses:
 $\sqrt{16} = 4 \rightarrow 4^2 = 16$

Si en vols saber més sobre
els nombres quadrats, consulta el vídeo
dels conceptes clau.



Les operacions combinades

Per resoldre operacions que combinen sumes, restes, multiplicacions, divisions, potències i arrels quadrades, és fonamental respectar l'ordre o la jerarquia de les operacions:



Les multiplicacions, les divisions, les sumes i les restes es resolen d'esquerra a dreta.

I AIXÒ PER A QUÈ SERVEIX?

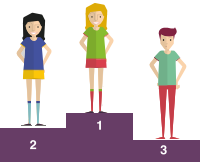
A més de comptar i fer operacions bàsiques, fem servir els nombres naturals dins la nostra vida quotidiana per ordenar els elements d'una seqüència, identificar, mesurar, estimar...

Comptar (ús cardinal)



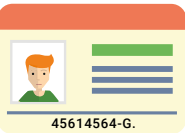
La setmana té 7 dies.

Ordenar (ús ordinal)



El nostre equip ha quedat 3r.

Identificar (codificar)



El meu número d'identificació és 45614564-G.

Estimar



500 persones an anar a la manifestació.



El màxim comú divisor i el mínim comú múltiple

EL MÀXIM COMÚ DIVISOR

El màxim comú divisor (m. c. d.) de dos o més números és el més gran dels seus divisors comuns. Dos números són primers entre si quan el seu màxim comú divisor és 1.

EXEMPLE

La Marta té 16 blocs i 28 bolígrafs. Vol fer el màxim nombre de lots iguals amb tots dos productes per regalar-los. Com ho pot aconseguir?

- Per saber quants grups es poden formar amb els blocs i quants amb els bolígrafs sense que en sobri cap, busquem els divisors de 16 i 28 per separat.
 - $D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$
 - $D(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$
- Com que tots els lots han de contenir blocs i bolígrafs, agafem els divisors comuns: 1, 2 i 4.
- Com que la Marta vol fer el màxim nombre de lots, triem el divisor comú més gran: 4. Això vol dir que podrà regalar 4 lots amb 4 blocs ($16 : 4 = 4$) i 7 bolígrafs ($28 : 4 = 7$) a cada lot.



Càlcul del màxim comú divisor

El màxim comú divisor de dos o més números es pot calcular a partir de la descomposició d'aquests números en factors primers i multiplicant els seus factors primers comuns elevats a l'exponent més petit.

RECORDA

Per descompondre un número en factors primers:

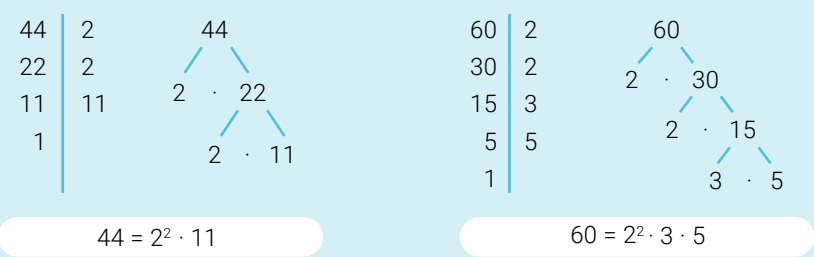
- Busquem el divisor primer més petit del número.
- Dividim el número pel primer divisor primer trobat.
- Repetim el procés amb el quocient obtingut fins que aquest sigui 1.



EXEMPLE

Calcula el m. c. d. dels números 44 i 60.

1. Descomponem els números en factors primers:



60

30

15

5

1

2

2

3

5

60

2 · 30

2 · 15

3 · 5

60 = 2² · 3 · 5

2. Multipliquem els factors primers comuns amb l'exponent més petit:
El factor primer comú a 44 i 60 és el 2 i l'exponent més petit és 2. Aleshores, el m. c. d. de 44 i 60 és: m. c. d. (44, 60) = 2² = 4

Si el més petit dels números és divisor dels altres, aleshores el màxim comú divisor és aquest mateix número: m. c. d. (3, 9, 27) = 3

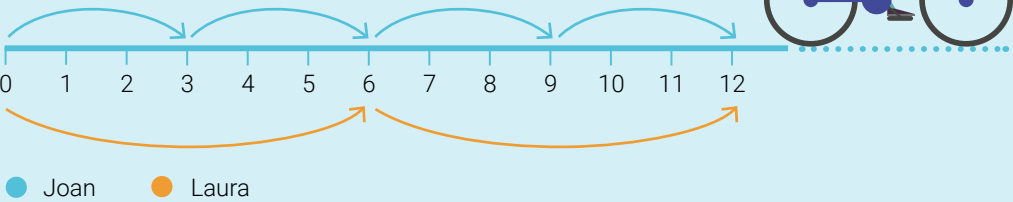
EL MÍNIM COMÚ MÚLTIPLE

El mínim comú múltiple (m. c. m.) de dos o més números és el més petit dels múltiples comuns. Si els números són primers entre ells, el mínim comú múltiple és el producte dels números: m. c. m. (2, 3, 5) = 2 · 3 · 5 = 30

EXEMPLE

En Joan porta la bicicleta al taller perquè li facin una revisió cada 3 mesos, mentre que la Laura la porta cada 6 mesos. Avui han coincidit al taller. Quan tornaran a coincidir?

- Per a en Joan busquem els múltiples de 3 i per a la Laura, els múltiples de 6.
 $M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...\}$ i $M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36...\}$
- Els múltiples comuns indiquen quan es trobaran tots dos al taller:
6, 12, 18...
- La propera vegada que es tornin a trobar al taller serà el múltiple comú més petit: m. c. m. (3, 6) = 6, és a dir, d'aquí a sis mesos.



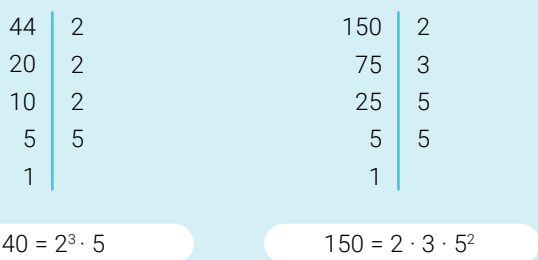
Càlcul del mínim comú múltiple

El mínim comú múltiple de dos o més números també es pot calcular a partir de la descomposició dels números en factors primers, multiplicant els seus factors primers comuns i no comuns elevats al màxim exponent.

EXEMPLE

Calcula el m. c. m. dels números 40 i 150.

1. Descomponem els números en factors primers:



150

75

25

5

1

2

3

5

5

150

2 · 75

2 · 25

3 · 5

150 = 2 · 3 · 5²

2. Multipliquem els seus factors primers comuns i no comuns elevats al màxim exponent: 2 i 5 són els factors primers comuns, on l'exponent més gran de 2 és 3 i el de 5 és 2. També hi ha un factor no comú, el 3, amb exponent 1. Per tant: m. c. m. (40, 150) = 2³ · 3 · 5² = 8 · 3 · 25 = 24 · 25 = 600.

Si el número més gran és múltiple de la resta de números, aleshores el mínim comú múltiple és aquest número: m. c. m. (3, 8, 24) = 24.

Si en vols saber més sobre **el m. c. m.** i **el m. c. d.**, consulta els vídeos dels conceptes clau i la classe virtual.



I AIXÒ PER A QUÈ SERVEIX?

El m. c. d. és útil per dividir en parts iguals. Per exemple, si tenim 12 roses i 8 tulipes i volem fer el màxim nombre possible de rams iguals, el m. c. d. de 12 i 8 és 4. Això significa que podem fer 4 rams amb 3 roses i 2 tulipes a cadascun. El m. c. m. serveix per calcular períodes de temps. Per exemple, si un esdeveniment passa cada 6 dies i un altre cada 8 dies, el m. c. m. de 6 i 8 és 24. Això significa que tots dos esdeveniments coincideixen cada 24 dies.



Totes les teves eines digitals en un sol clic

Entra amb el teu ordinador o tauleta a

www.tekmandigital.com



LLIBRES

Llibre d'activitats i llibre de consulta en format de lectura electrònica.

INTERACTIUS

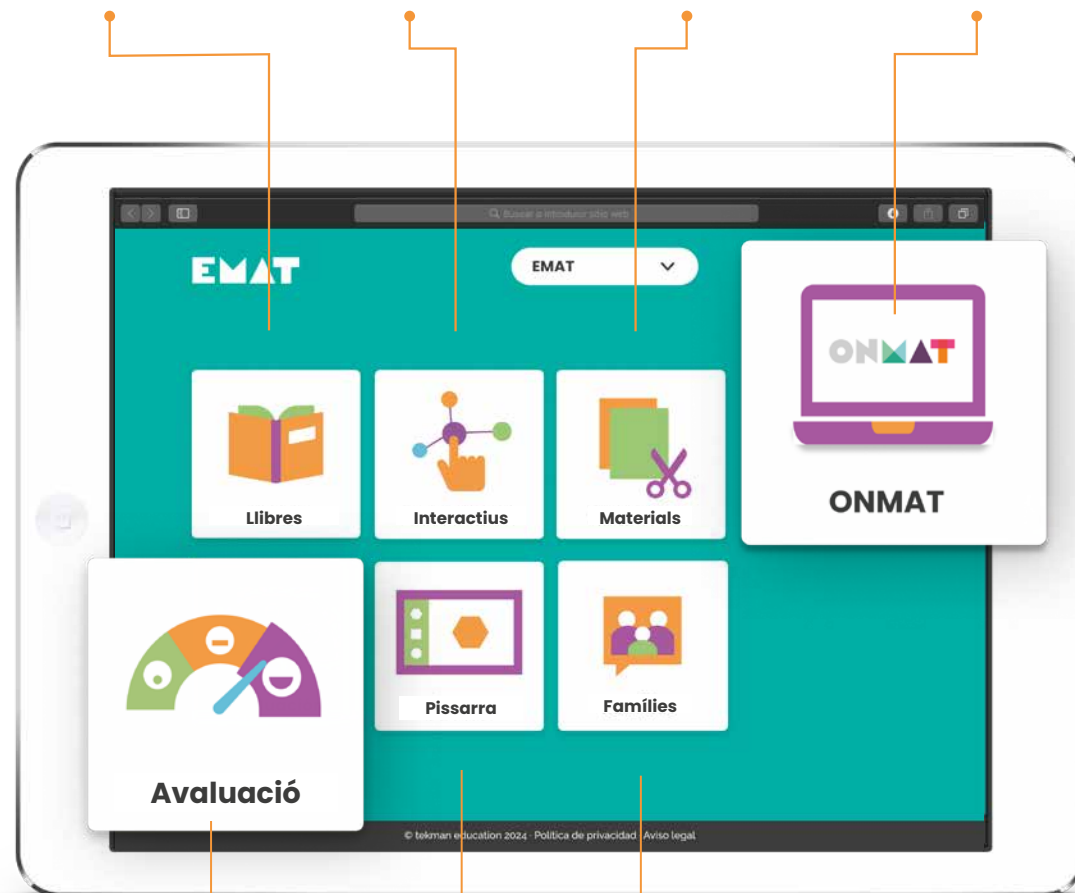
Simulacions interactives i demostracions matemàtiques amb GeoGebra.

MATERIALS

Material descarregable per a jocs i demostracions.

PLATAFORMA ONMAT

Exercicis i problemes multinivell autocorregibles amb retroalimentació immediata.



AVALUACIÓ

Rúbriques per avaluar la resolució de problemes i l'aprenentatge cooperatiu.

PISSARRA DIGITAL

Entorn digital manipulatiu.

FAMÍLIES

Informació útil per compartir amb la família.

Domina les matemàtiques de manera clara i senzilla

Aquest llibre ha estat creat per ser una guia visual decisiva per dominar les matemàtiques. T'ajudarà a aprendre i reforçar els conceptes de manera ràpida i clara. En aquestes pàgines trobaràs conceptes clau, explicacions clares i accessibles i eines gràfiques dissenyades per aclarir-te dubtes, repassar o aprofundir en els temes més importants.



MKT000250



XXV2184050200097